

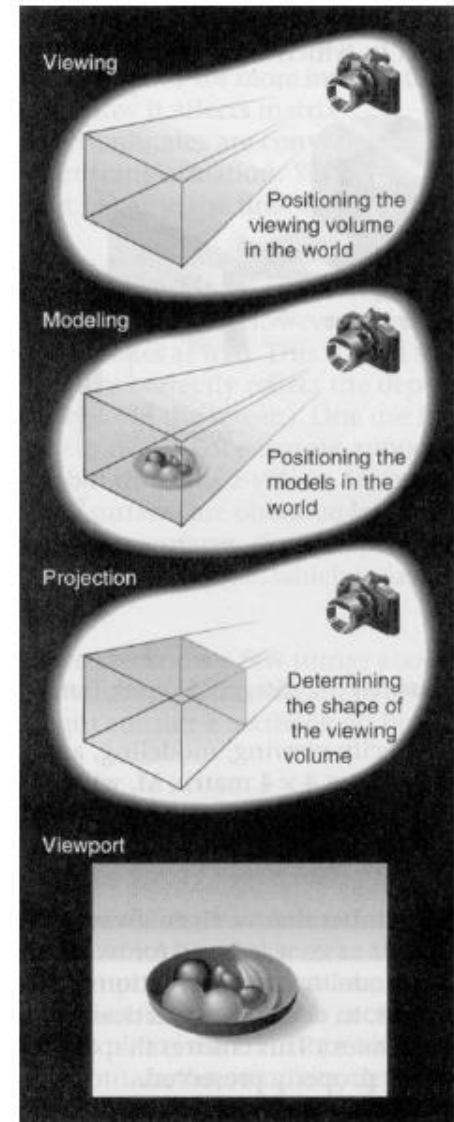
PG430 – Innføring i grafikkprogrammering

Forelesning 3

André R. Brodtkorb
Andre.Brodtkorb@nith.no

Oversikt

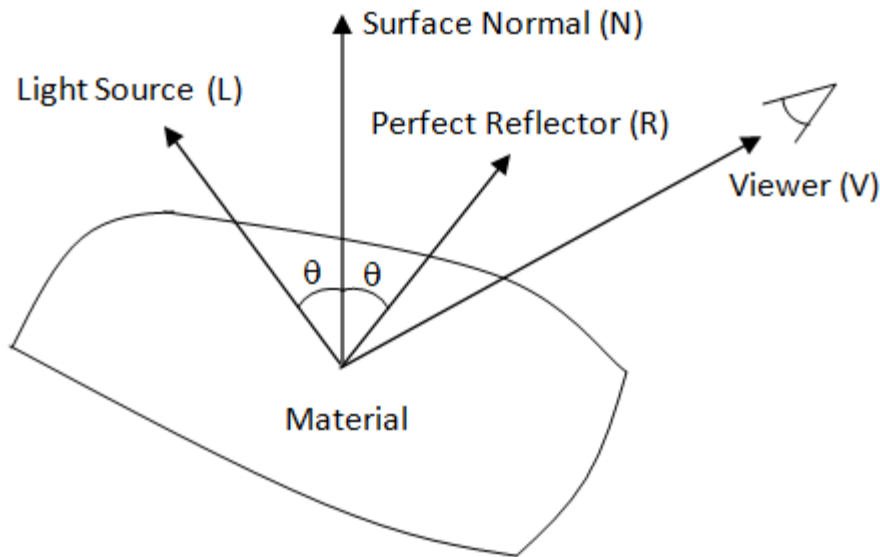
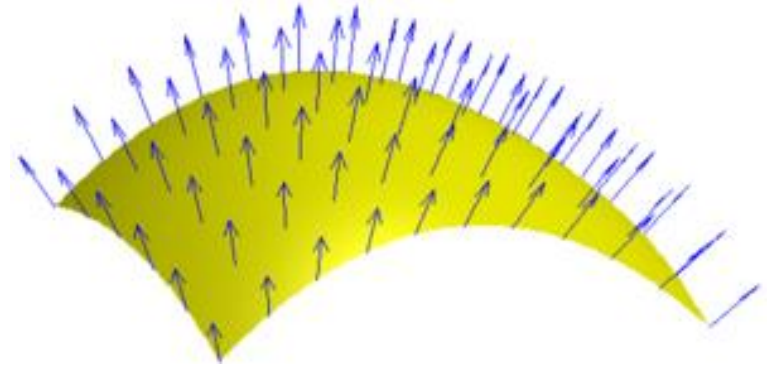
- Repetisjon
- OpenGL er lineær algebra
- Transformasjoner
- Projeksjoner
- Lab: Robot-arm



REPETISJON

Normalvektorer

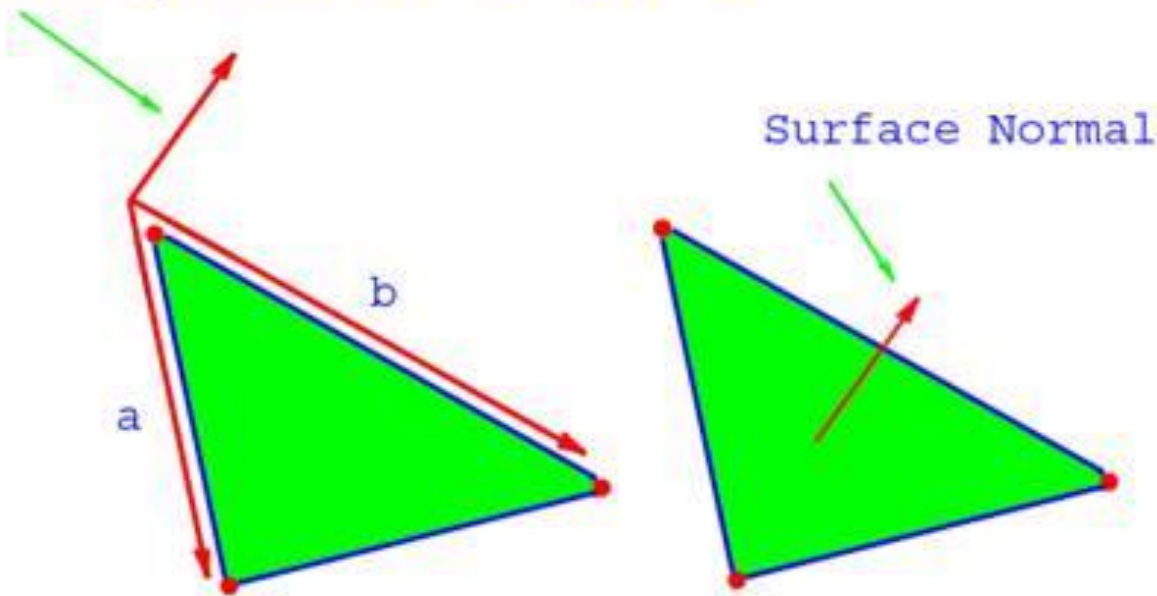
- Normalen brukes til lyssetting i OpenGL
- `glNormal3f(n0, n1, n2);`



Normalvektorer

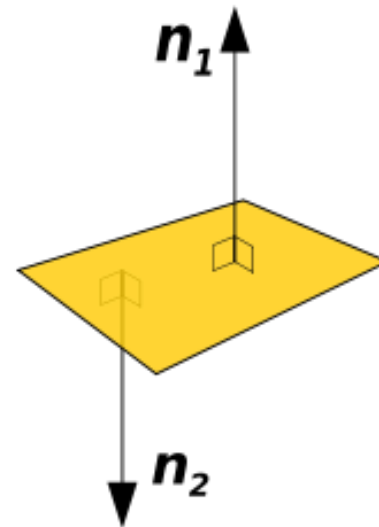
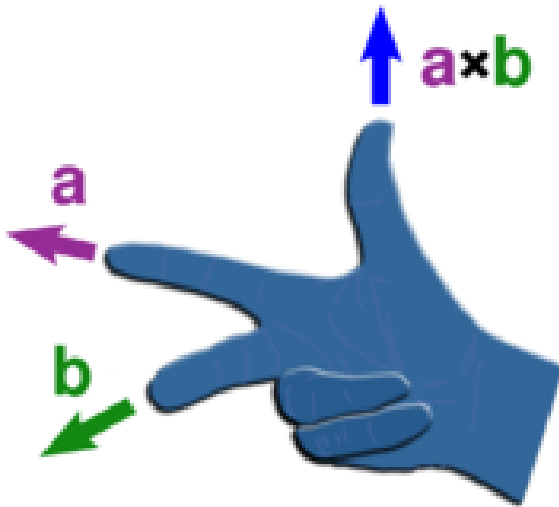
- Normalen til en flate kan regnes ut med å ta kryssproduktet mellom to vektorer i flaten.

Cross-product of 'a' and 'b'



Normalvektorer

- Rekkefølgen man krysser vektorene på bestemmer retningen.



Input til OpenGL

- Tre forskjellige typer
- Er det noen som husker dem uten å se i foilene?
 - Hva er forskjellen mellom de tre?

Immediate mode

- Typisk kode:

```
glBegin(GL_TRIANGLES);  
    glNormal3f(0.0f, 0.0f, 1.0f);  
    glVertex3f(0.0f, 0.0f, 0.0f);  
    glVertex3f(1.0f, 0.0f, 0.0f);  
    glVertex3f(1.0f, 1.0f, 0.0f);  
glEnd();
```


Display-lister

- I funksjonen `init()`

```
list_id = glGenLists(1); // list_id er en integer
```

```
glNewList(list_id, GL_COMPILE);  
glBegin(GL_TRIANGLES);  
    glNormal3f(0.0f, 0.0f, 1.0f);  
    glVertex3f(0.0f, 0.0f, 0.0f);  
    glVertex3f(1.0f, 0.0f, 0.0f);  
    glVertex3f(1.0f, 1.0f, 0.0f);  
glEnd();  
glEndList();
```

- I funksjonen `render()`

```
glCallList(list_id)
```

Vertex Arrays

//Hint: Bruk std::vector<GLfloat> i din kode!

```
GLfloat vertices[ ] = {0,0,1, 0,0,1, 0,0,1, 0,0,1,  
                      1,0,0, 1,0,0, 1,0,0, 1,0,0,  
                      0,1,0, 0,1,0, 0,1,0, 0,1,0,  
                      -1,0,0, -1,0,0, -1,0,0, -1,0,0,  
                      0,-1,0, 0,-1,0, 0,-1,0, 0,-1,0,  
                      0,0,-1, 0,0,-1, 0,0,-1, 0,0,-1  };
```

```
glEnableClientState(GL_VERTEX_ARRAY); // enable vertex arrays  
glVertexPointer(3, GL_FLOAT, 0, vertices); // sette vertex pointer  
glDrawArrays (GL_QUADS, 0, 24); // tegne 6 quads  
glDisableClientState(GL_VERTEX_ARRAY); // disable vertex arrays
```

Input til OpenGL

- Immediate mode:
 - Enkelt men lite effektivt
- Display lists:
 - Caching av geometri og states; kan gi bedre effektivitet.
- Vertex arrays:
 - Kompakt representasjon.

Vindusystemer for OpenGL

- Vindussystemer
 - Håndterer brukergrensesnittet,
 - Lager OpenGL contexter, etc.
- På windows kan man bruke:
 - Glut <http://www.opengl.org/resources/libraries/glut/>
 - Qt <http://www.trolltech.com/products/qt>
 - SDL
 - Microsoft (Win32, Microsoft .NET Framework)
 - FreeGlut (Open source Glut)
 - wxWidgets <http://www.wxwidgets.org/>
 - Fast Light Toolkit (FLTK) <http://www.fltk.org/>
 - Etc...
- Vi kommer til å bruke SDL.

DAGENS FORELESNING

Mappe 1

- Noen kommentarer eller problemer?
- Neste forelesning krasjer med opplysningstime for prosjektoppgave (14:15-15:00).
- Det vil si det blir en time lab, som gjør at det blir mindre hjelp til Mappe 1: Du burde være "nesten ferdig" til neste lab-time.
- Husk readme fil og at det skal kompilere out-of-the-box!

Readme fil

- Lag en readme fil som beskriver løsningen din
- Eksempel på readme:
I min mappeoppgave har jeg valgt å lage en sort trekant i 3D som romskip, og bruker en quad / firkant som skudd. Piltastene styrer romskipet, og space fyrer av skudd. Jeg har satt opp lys, og bruker keyboard states for å styre skipet. For å hindre at skipet går utenfor view / frustum har jeg valgt å ha en if-test som sjekker om romskipet er nær kanten: hvis så, så setter jeg hastigheten til null for å hindre at det går utenfor.

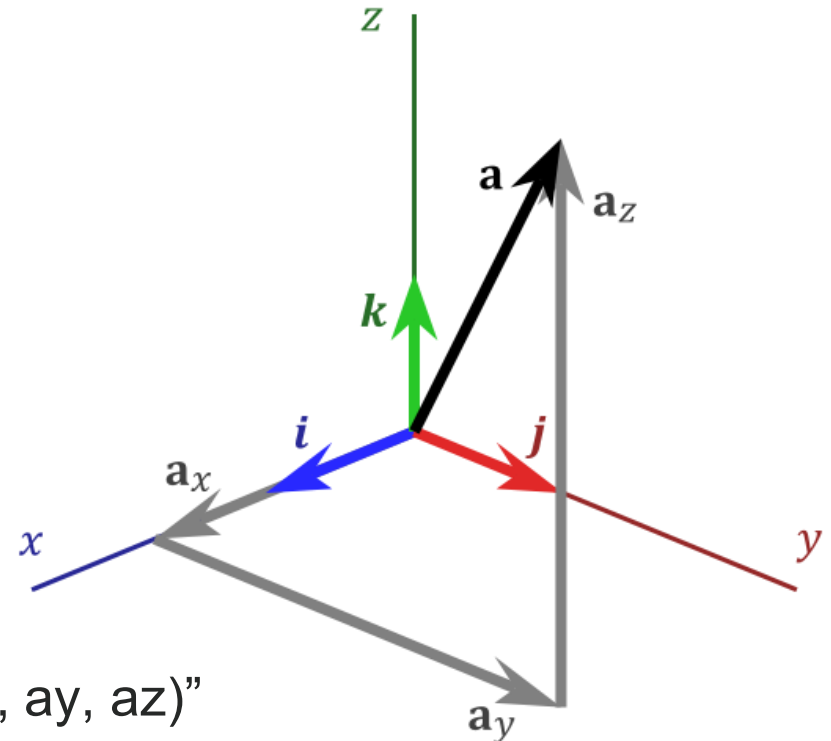
OpenGL er lineær algebra

- Lineær algebra er "operasjoner på vektorer og matriser"
- I datagrafikk (både DirectX og OpenGL) er lineær algebra en hovedkomponent for å lage 2D-bilder av 3D scener.
- Punkter og vektorer (e.g., normaler) transformeres med matriser
 - Projeksjonsmatrisen
 - Modelviewmatrisen

Lineær algebra

- Basisoperasjoner i Lineær algebra er lineære transformasjoner av vektorer

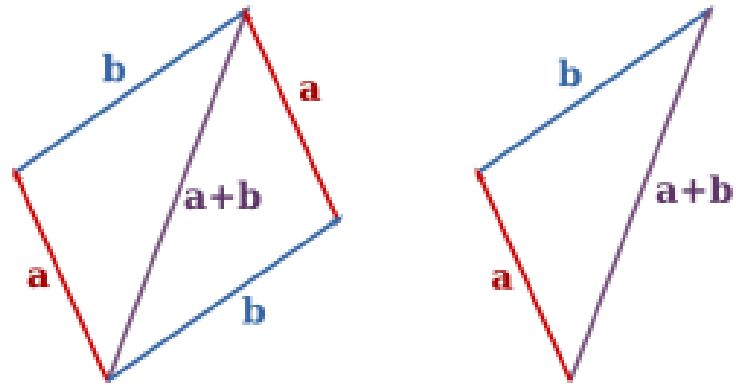
- En vektor
 - Beskriver en retning
 - "Pilen fra punktet $(0, 0, 0)$ til (a_x, a_y, a_z) "
 - Angis typisk som $[a_x, a_y, a_z]$



Vektor operasjoner

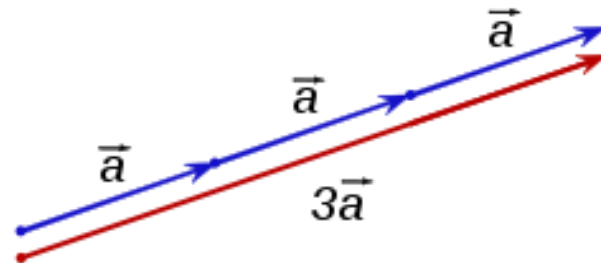
- Addisjon:

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \\ a_z + b_z \end{pmatrix}$$



- Skalering:

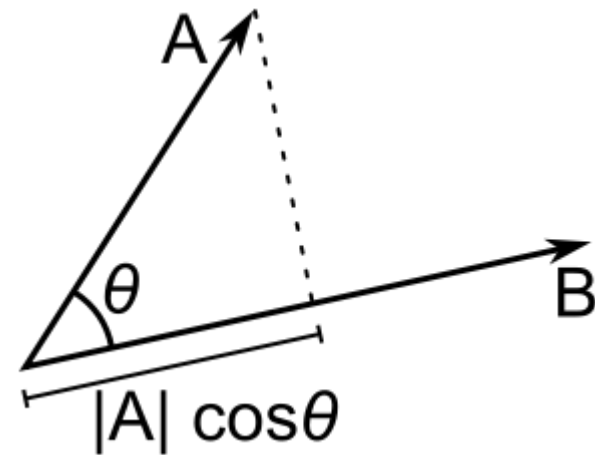
$$s \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} sa_x \\ sa_y \\ sa_z \end{pmatrix}$$



Vektor operasjoner

- Prikk-produkt (dot product):

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x * b_x + a_y * b_y + a_z * b_z$$



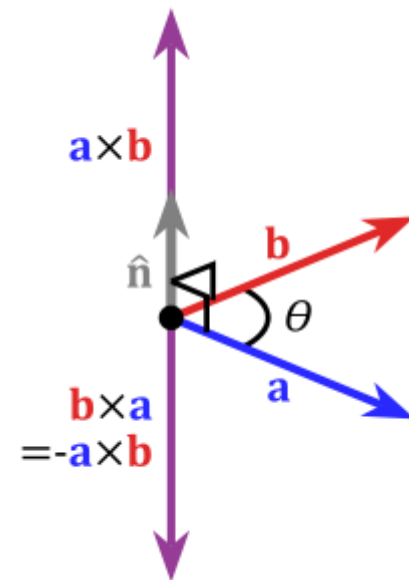
- Kan tolkes som "lengden av A i retning B", eller "A projisert ned på B"
- Brukes bl.a. til lyssetting.
- Er null dersom a står vinkelrett på b

Vektor operasjoner

- Kryss produkt:

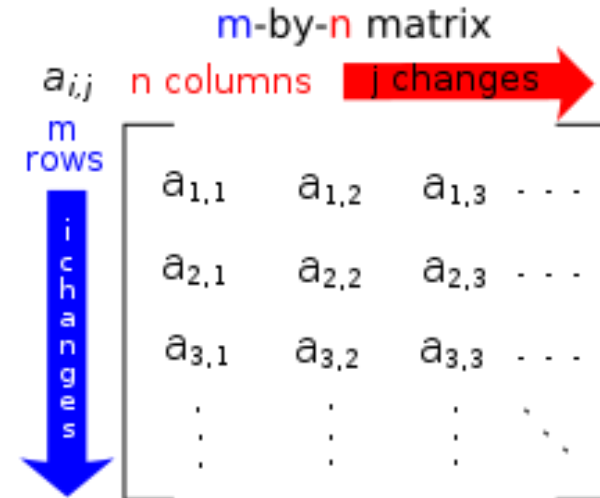
$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ -(a_x b_z - a_z b_x) \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}$$

- $a \times b$ står vinkelrett på både a og b .
- Er null dersom a og b er parallelle
- brukes i utregning av normaler



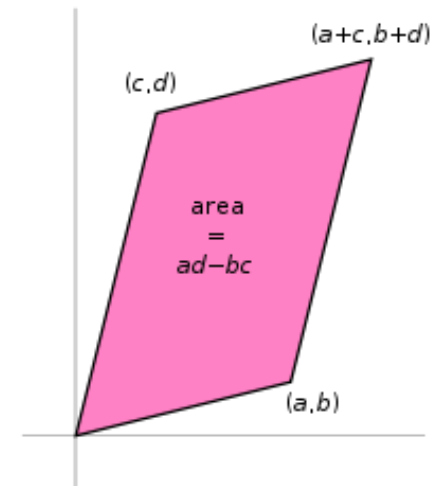
Lineær algebra

- Matriser
 - Kan brukes til å spesifisere transformasjoner



- Eksempel:
 - A kan transformere en enhetsfirkant til parallelogrammet til høyre.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$



Matrise-vektor produkt

- Matriser kan representere lineære transformasjoner som rotasjoner og skalering

$$\begin{pmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + dy + gz \\ bx + ey + hz \\ cx + fy + yz \end{pmatrix}$$

- Skalering:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \\ 2z \end{pmatrix}$$

Matrise-vektor produkt

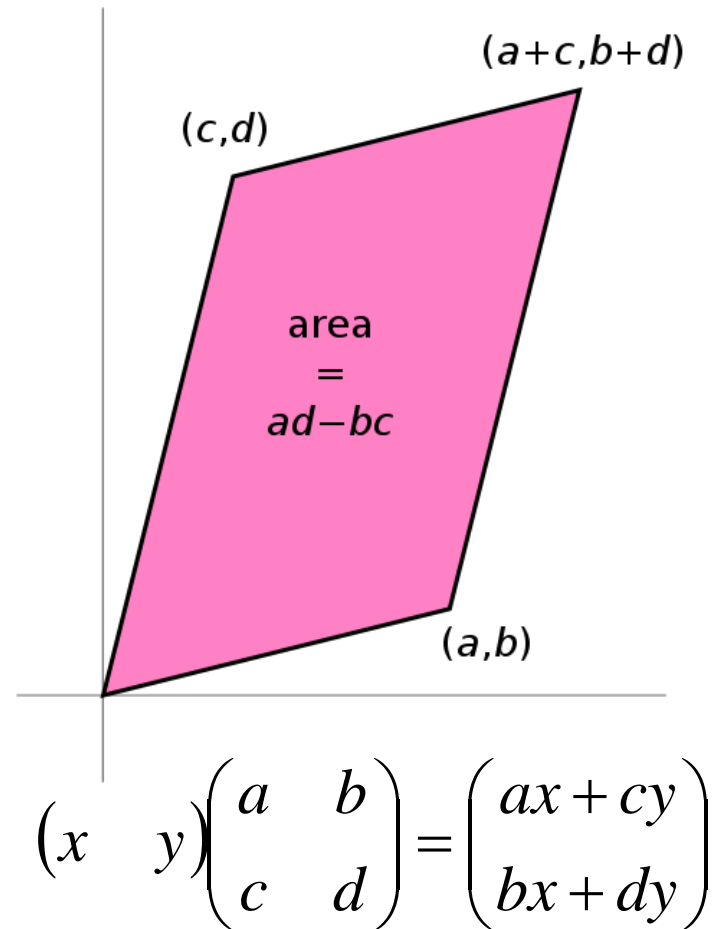
- Ta transformasjonsmatrisen A , og transformer vertexene til enhetsfirkanten:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

- Enhetsfirkanten:
 $[0 \ 0], [1 \ 0], [1 \ 1] [0 \ 1]$

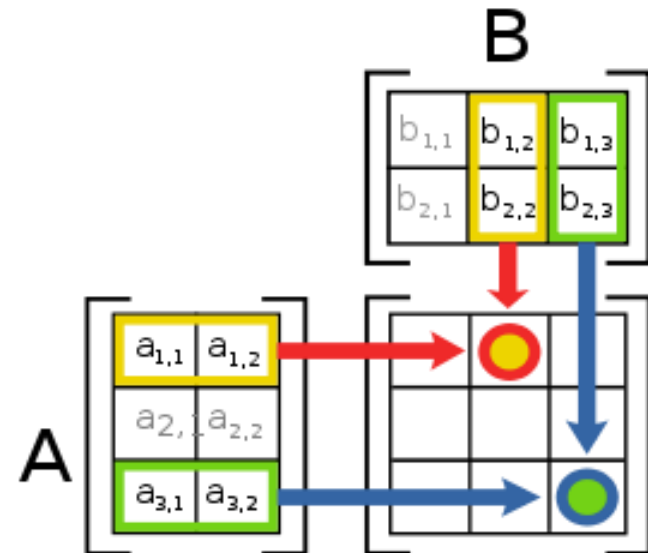
- Matrise-vektor produktet:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$



Matrise-matrise produkt

- Produktet av to matriser er en ny matrise
 - Produktet av kvadratiske matriser er en matrise av samme størrelse
 - OpenGL bruker mange 4x4 matriser
- Assosiativ
 - $ABC=(AB)C=A(BC)$
- **Ikke** kommutativ
 - $MN \neq NM$
 - Dette gjør at rekkefølgen på transformasjoner er signifikant



Homogene koordinater

- For å også tillate translasjoner bruker OpenGL 4x4 matriser:

$$\begin{pmatrix} a & d & g & t_x \\ b & e & h & t_y \\ c & f & i & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + dy + gz + wt_x \\ bx + ey + hz + wt_y \\ cx + fy + iz + wt_z \\ w \end{pmatrix}$$

- Slike transformasjoner kalles affine
 - Lineær transformasjon plus translasjon
- For punkter er $w=1$
- For vektorer er $w=0$.
 - Dette er fordi vektorer ikke skal translateres, men er retninger

Homogene koordinater

- Dersom $w=1$ er x , y og z de vanlige koordinatene.
- Hvis w er ulik 1, får man de euklidske (vanlige) koordinatene ved å dele på w :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x/w \\ y/w \\ z/w \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Hva hvis w er null? (se også forrige slide)

Transformasjoner

Modeling-transformasjoner

- Object space:
 - Vertex posisjoner og normaler er definert i et koordinatsystem som kalles *object space*.
 - Alle objekter kan defineres i et eget unikt object space.
- World space:
 - Vi trenger et felles koordinatsystem som kan inneholde en mengde forskjellige objekter. Dette koordinatsystemet kalles *world space*.
- Modeling transformation:
 - Transformasjonen mellom object space og world space kalles *modeling transformation*.

OpenGL matrisekommandoer

- `glMatrixMode(GLenum mode);`
 - Angir hvilken matrise som skal modifieres av alle etterfølgende matriseoperasjoner. `GL_MODELVIEW`, `GL_PROJECTION` eller `GL_TEXTURE`.
- `glLoadIdentity();`
 - Setter valgt matrise til en 4 x 4 identitetsmatrise.
- `glLoadMatrix{fd}(const TYPE *m);`
 - Setter de 16 verdiene til gjeldende matrise lik verdiene spesifisert av *m*.
- `glMultMatrix{fd}(const TYPE *m);`
 - Multipliserer gjeldende matrise med verdiene spesifisert av *m*.

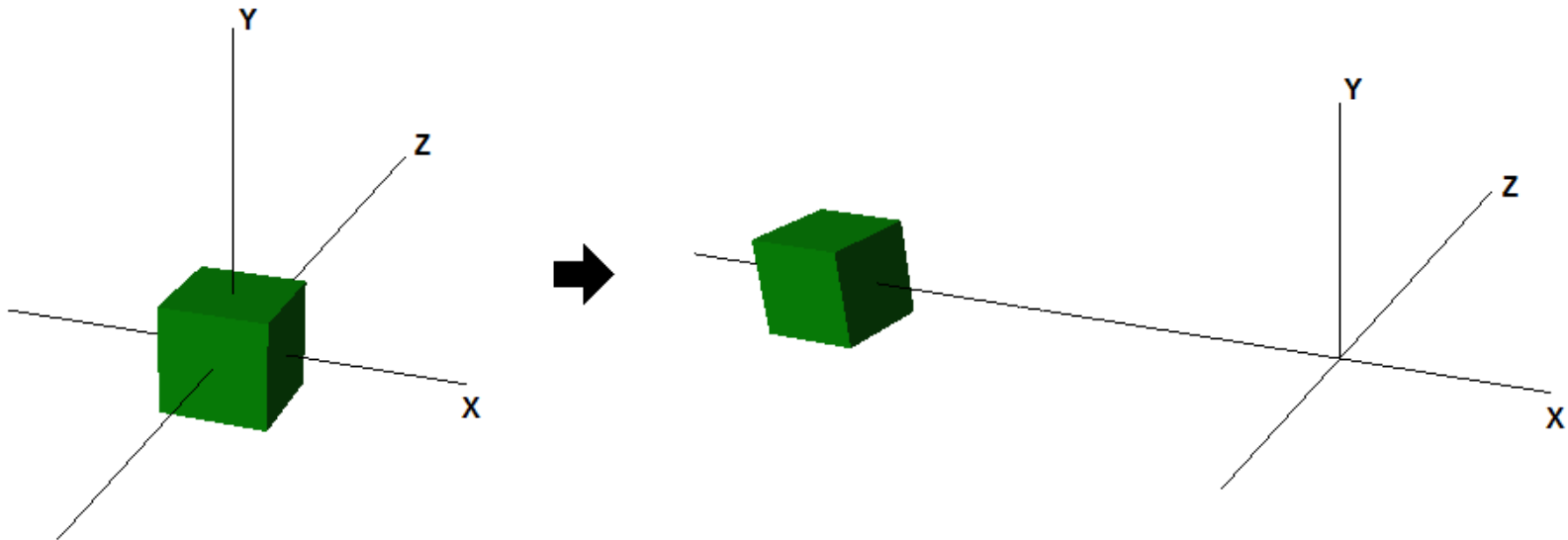
$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Translasjon

```
glTranslate{fd}(TYPE x, TYPE, y, TYPE z);
```

- Multipliserer gjeldende matrise med en matrise som flytter et objekt / koordinatsystem med de gitte x-, y- og z-verdiene.

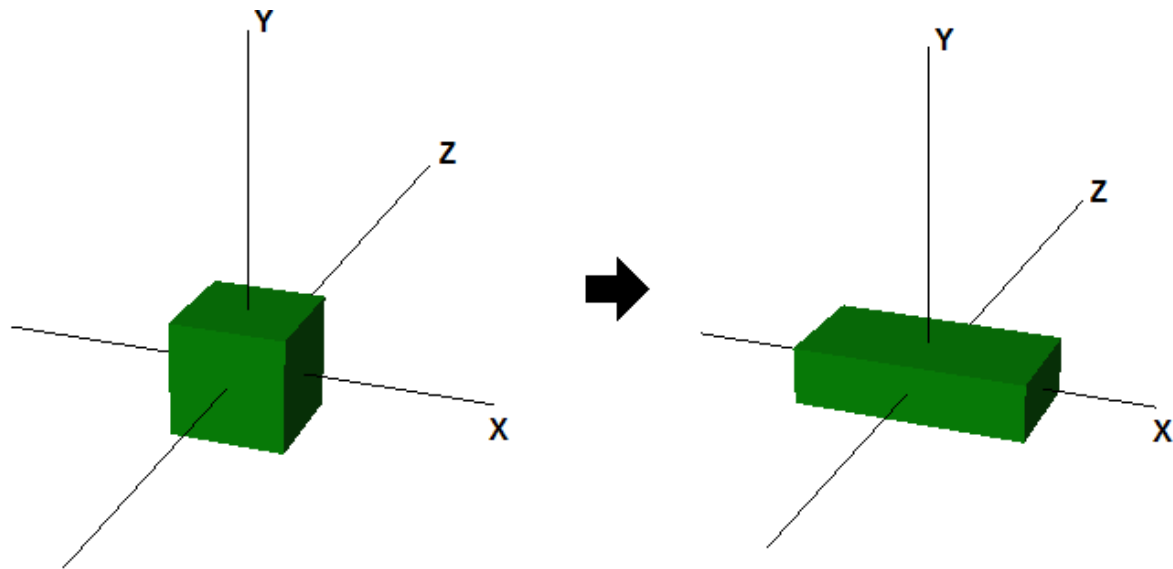
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & u \\ 0 & 1 & 0 & v \\ 0 & 0 & 1 & w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$



Skalering

```
glScale{fd}(TYPE x, TYPE y, TYPE z);
```

- Multipliserer gjeldende matrise med en matrise som skalerer et objekt / koordinatsystem basert på de gitte x-, y- og z-verdiene. Alle x-, y- og z-koordinatene til et objekt blir multiplisert med de tilsvarende x-, y- og z-argumentene.

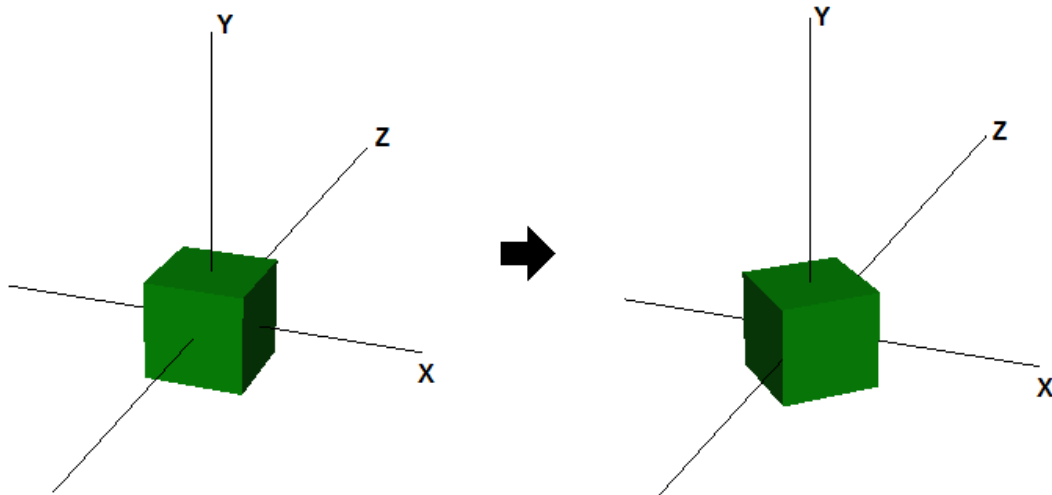


$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotasjon

`glRotate{fd}(TYPE angle, TYPE x, TYPE y, TYPE z);`

- Multipliserer gjeldende matrise med en matrise som roterer et objekt / koordinatsystem i retning mot klokka, om en vektor mellom origo og de gitte x-, y- og z-verdiene.
- *Angle* angir rotasjonsvinkelen i grader.



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\text{yaw}) & 0 & \sin(\text{yaw}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\text{yaw}) & 0 & \cos(\text{yaw}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

rotasjon om y-aksen

Rotasjonsmatriser

- Rotasjon rundt $[1 \ 0 \ 0]$
- Rotasjon rundt $[0 \ 1 \ 0]$
- Rotasjon rundt $[0 \ 0 \ 1]$

$$Q_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix},$$

$$Q_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix},$$

$$Q_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Rotasjonsmatriser

- Rotasjon rundt vektoren $\mathbf{u}=[x \ y \ z]$:

$$\begin{aligned} Q_{\mathbf{u}}(\theta) &= \begin{bmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix} \sin \theta + (I - \mathbf{u}\mathbf{u}^T) \cos \theta + \mathbf{u}\mathbf{u}^T \\ &= \begin{bmatrix} (1-x^2)c_\theta + x^2 & -zs_\theta - xyc_\theta + xy & ys_\theta - xzc_\theta + xz \\ zs_\theta - xyc_\theta + xy & (1-y^2)c_\theta + y^2 & -xs_\theta - yzc_\theta + yz \\ -ys_\theta - xzc_\theta + xz & xs_\theta - yzc_\theta + yz & (1-z^2)c_\theta + z^2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x^2(1-c_\theta) + c_\theta & xy(1-c_\theta) - zs_\theta & xz(1-c_\theta) + ys_\theta \\ xy(1-c_\theta) + zs_\theta & y^2(1-c_\theta) + c_\theta & yz(1-c_\theta) - xs_\theta \\ xz(1-c_\theta) - ys_\theta & yz(1-c_\theta) + xs_\theta & z^2(1-c_\theta) + c_\theta \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

Modeling-transformasjoner

```
glMatrixMode(GL_MODELVIEW);  
glLoadIdentity();
```

```
glTranslatef(...);  
glRotatef(...);  
glScalef(...);
```

```
glBegin();
```

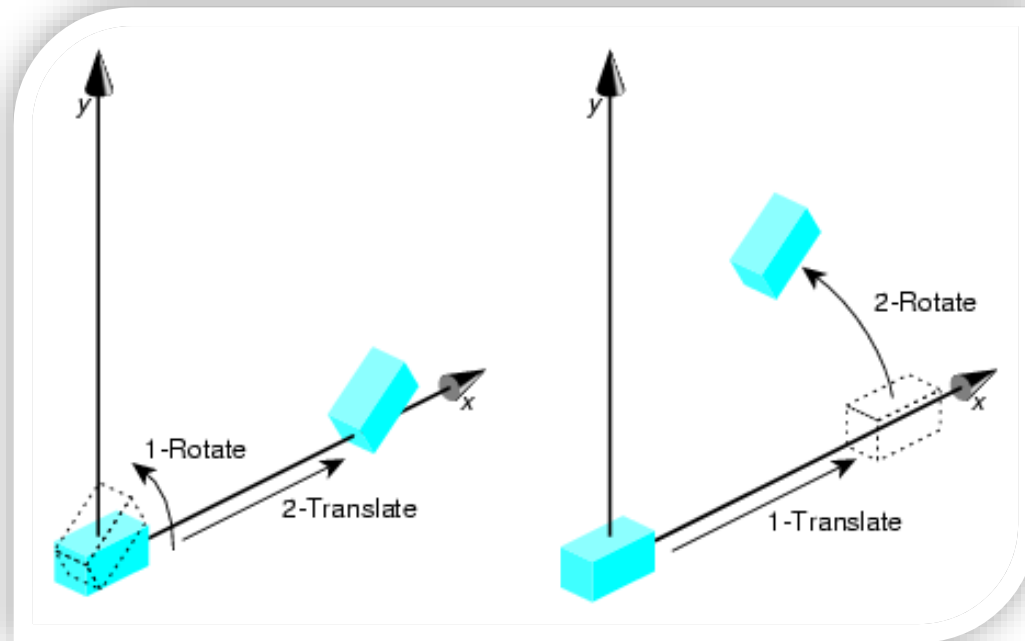
```
...
```

```
glEnd();
```

- Tutorial: Nate Robins, transformations

Modeling-transformasjoner

- Resultatet avhenger av hvordan matrisene er multiplisert med hverandre.
- Prøv å bytt mellom rotasjon/translasjon i tutorialen.



Rekkefølgen på transformasjoner

- Den siste transformasjonskommandoen i programmet er den som først anvendes på vertexene.
- Kan derfor si at man må spesifisere transformasjoner *baklengs* i koden.

```
glLoadIdentity();  
glMultMatrixf(M);  
glMultMatrixf(N);  
glBegin(GL_POINTS);  
    glVertex3f(v);  
glEnd();
```

Rekkefølgen på transformasjoner

<code>glMatrixMode(GL_MODELVIEW);</code>	switch to MODELVIEW
<code>glLoadIdentity();</code>	MODELVIEW matrix M is I
<code>glMultMatrix*(M_n)</code>	$M = M_n$
<code>glMultMatrix*(M_{n-1})</code>	$M = M_n M_{n-1}$
<code>⋮</code>	<code>⋮</code>
<code>glMultMatrix*(M_2)</code>	$M = M_n M_{n-1} \cdots M_2$
<code>glMultMatrix*(M_1)</code>	$M = M_n M_{n-1} \cdots M_2 M_1$
<code>glVertex*(\mathbf{p})</code>	$\mathbf{p}' = M_n M_{n-1} \cdots M_2 M_1 \mathbf{p}_1$

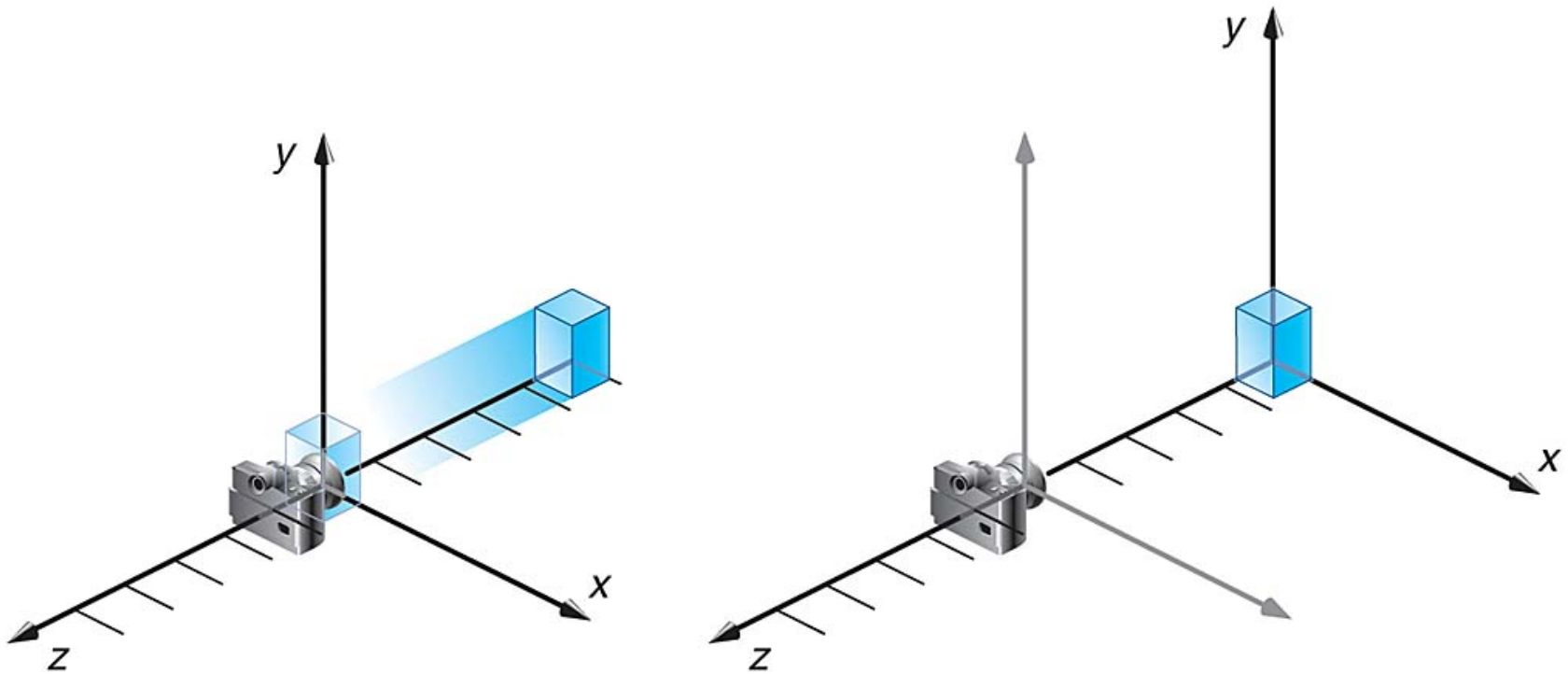
- Første transformasjon som utføres på vertexen er siste matrise angitt i koden
- Gjelder også `glTranslate*`, `glRotate*` ...

Viewing-transformasjoner

- Eye space:
 - Kameraet er definert i et koordinatsystem som kalles *eye space*.
- Viewing-transformation:
 - Transformasjonen mellom *world space* og *eye space* kalles *viewing transformation*.
- I OpenGL er *model matrix* og *viewing matrix* kombinert i en og samme matrise som kalles *modelview matrix*.

Kamera

- Det er to måter å se på modelview-transformasjoner i OpenGL.
 - Flyttes kamera?
 - Flyttes objektene?

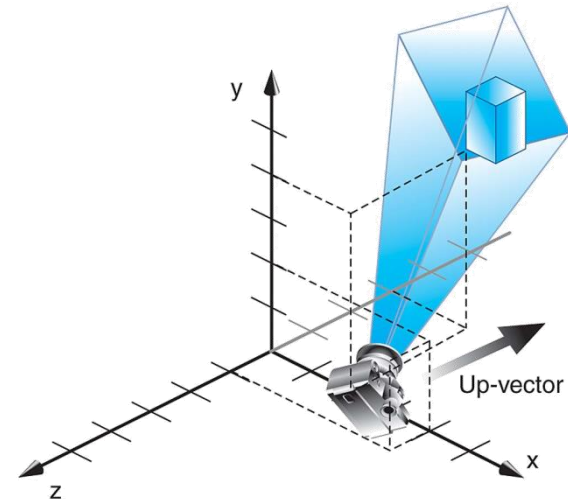
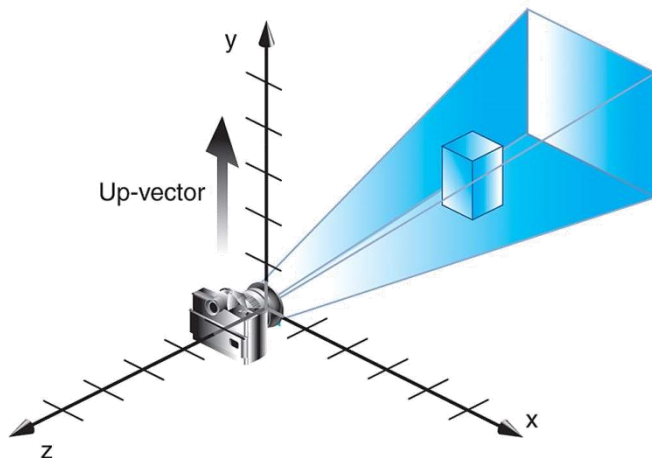


Kamera

- Kan utføre modelview-transformasjoner på forskjellige måter:
 - Bruk av `glTranslate` of `glRotate`
 - Bruk av kommandoen `gluLookAt()`
 - Håndtere matrisene selv og sette transformasjonen med `glLoadMatrix()`
- Default er kamera plassert i origo, peker ned langs negativ z-akse og har en opp-vektor lik $(0,1,0)$.
- Viewing-transformasjoner må utføres før modeling-transformasjoner slik at modeling-transformasjoner utføres på objekter først.

Kamera

`gluLookAt(GLdouble eyex, GLdouble eyey, GLdouble eyez,
GLdouble centerx, GLdouble centery, GLdouble centerz,
GLdouble upx, GLdouble upy, GLdouble upz);`



- Definerer en viewing-matrise og multipliserer denne med gjeldende matrise.
- *Eye* definerer posisjon til kamera, *center* definerer hva kamera peker mot og *up* definerer oppvektoren.

PROJEKSJONER

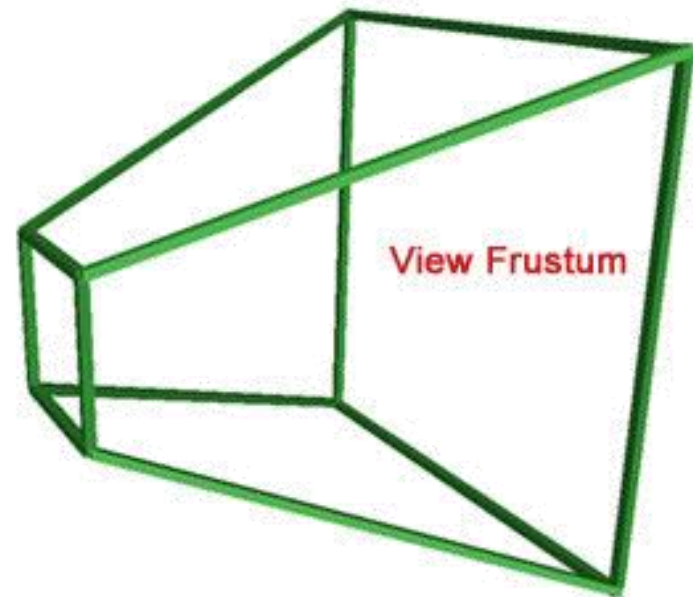
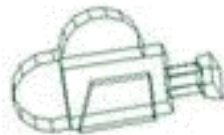
Viewing Volume, Clip Space

- Beskrives av projection matrisen
 - Har ikke noe å gjøre med modelview matrisen.
- Viewing volume:
 - Et *viewing volume* er den regionen som blir synlig på det endelige bildet som tegnes.
- Projection matrix:
 - Et *viewing volume* blir definert ved å spesifisere projeksjonsparametere for en matrise som kalles *projection matrix*.
- Clip space:
 - En projeksjonsmatrise brukes til å transformere objekter som befinner seg i et *viewing volume* inn i et nytt koordiantssystem som kalles *clip space*.

Viewing Volume, Frustum

- Funksjoner som brukes for å spesifisere *viewing volume*:
 - `glOrtho(...)`;
 - `glFrustum(...)`;
 - `gluPerspective(...)`;

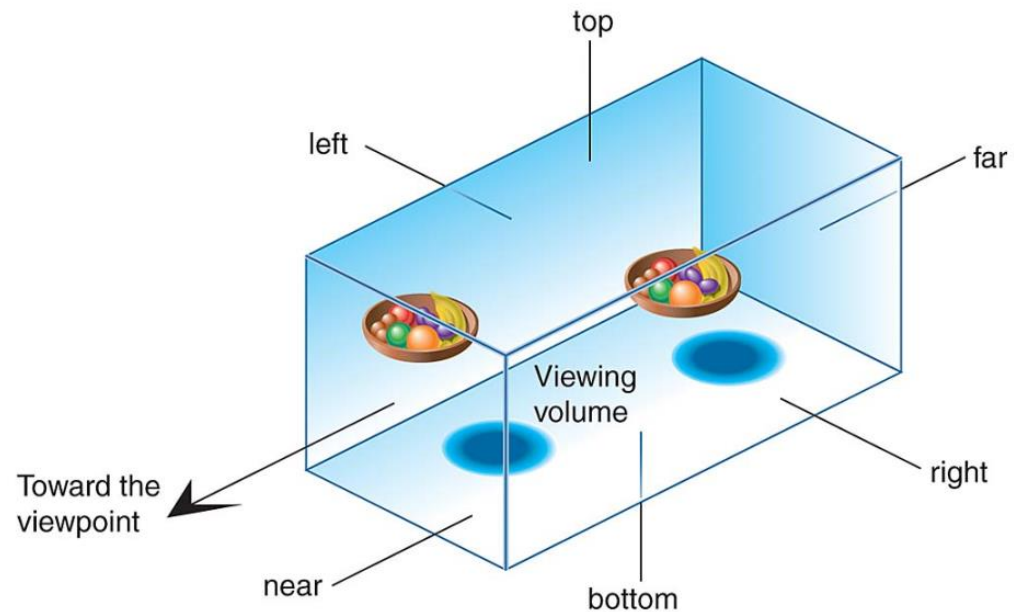
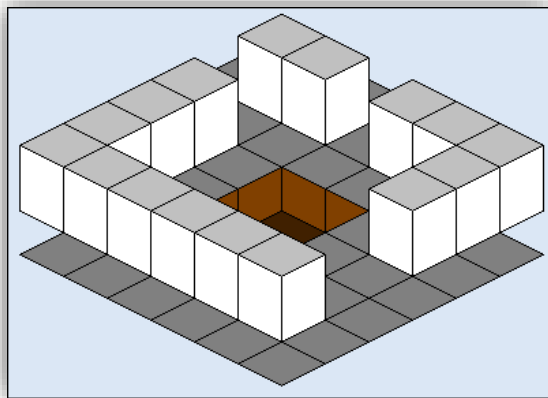
Camera



Ortografisk projeksjon

- Ved ortografisk projeksjon har *viewing volume* form som en boks.

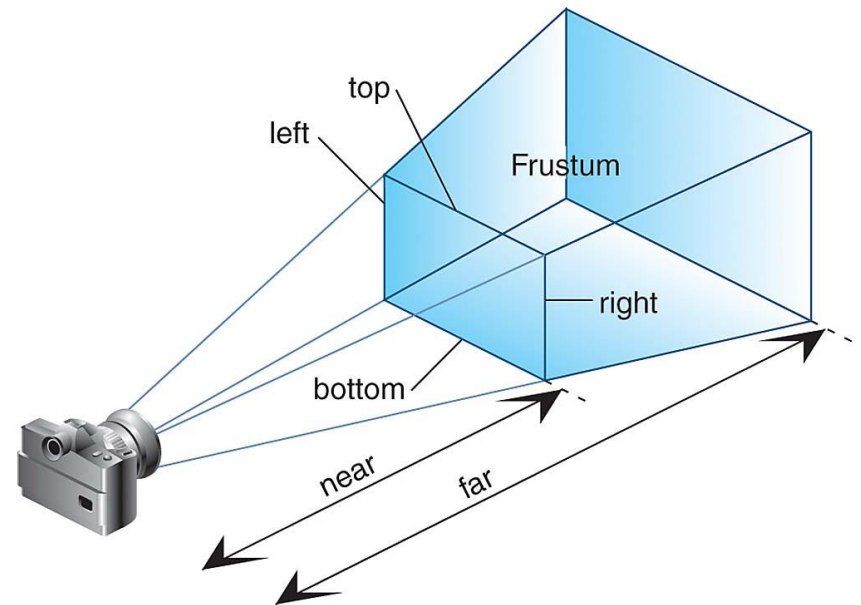
```
glOrtho(GLdouble left, GLdouble right, GLdouble bottom,  
        GLdouble top, GLdouble near, GLdouble far);
```



Perspektiv projeksjon

- Objekter som er nært kamera blir større enn objekter som er lengre unna kamera.

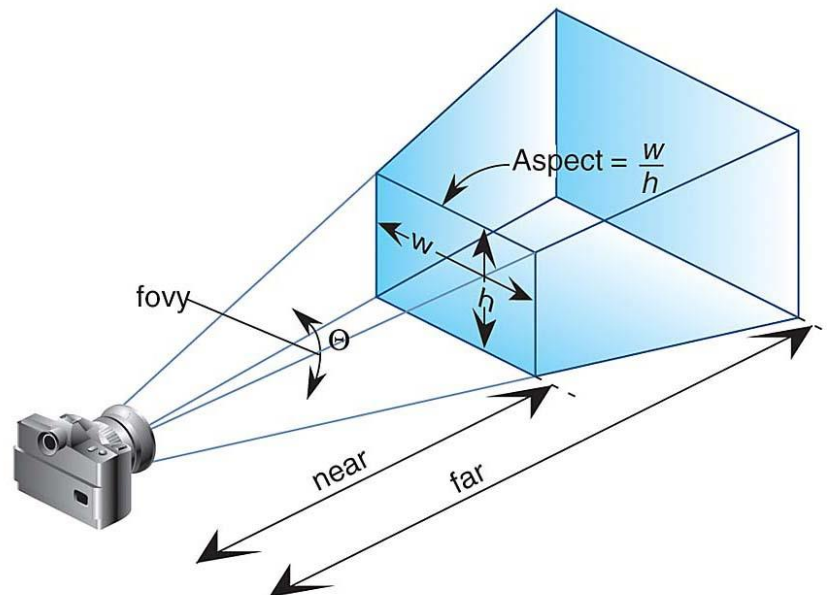
`glFrustum(GLdouble left, GLdouble right, GLdouble bottom, GLdouble top, GLdouble near, GLdouble far);`



Perspektiv projeksjon

- Om man synes `glFrustum` er vanskelig å bruke kan man bruke følgende kommando fra `glu` i steden for:

```
gluPerspective(GLdouble fovy, GLdouble aspect,  
              GLdouble near, GLdouble far);
```



Projeksjon

- Må sette rett matrix mode før man forandrer på projeksjonsmatrisen:

```
glMatrixMode(GL_PROJECTION);
```

```
glLoadIdentity();
```

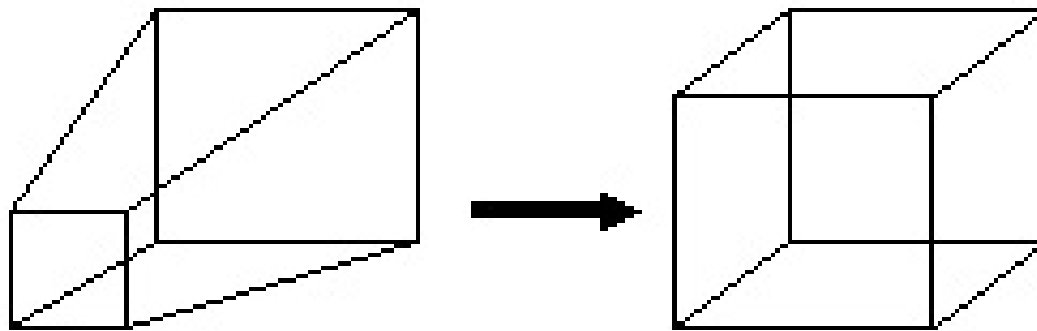
```
gluPerspective(...);
```

```
glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
```

- Tutorial: Nate Robins, projection
 - Bytt mellom glOrtho, glFrustum og gluPerspective og modifier verdiene.
 - Prøv gjerne dette i deres egen space shooter også.

Transformasjoner

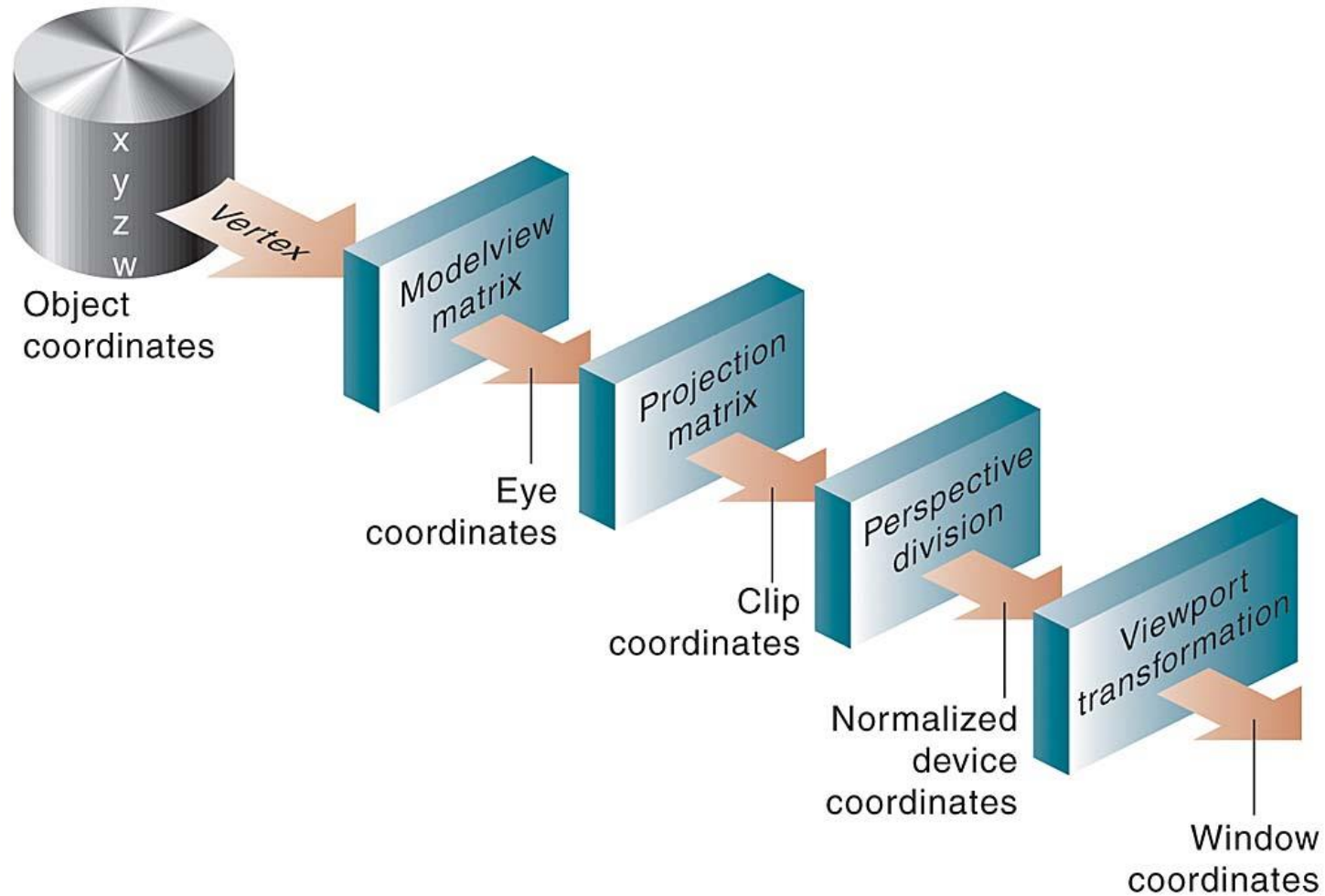
- Normalized device space:
 - Hver komponent av *clip space* koordinatene divideres med den homogene koordinaten.
 - Dette kalles *perspective divide* siden den homogene koordinaten blir forandret i perspektivtransformasjonen.
 - Alle synlige primitiver blir transformert inn i en kubisk region, hvor hver komponent vil befinne seg i $[-1, 1]$, $[-1, 1]$, $[-1, 1]$.



Transformasjoner

- Window space.
 - Det siste transformasjonssteget er transformasjonen fra *normalized device space* til *window space*.
 - Window space strekker seg fra $[0, \text{bredde}-1]$ i x-retning og $[0, \text{høyde}-1]$ i y-retning.
- Denne transformasjonen spesifiseres ved funksjonskallet:
 - `glViewport(GLint x, GLint y, GLsizei width, GLsizei height);`
x og y spesifiserer nedre venstre hjørne mens width og height angir størrelsen på viewport-regionen.

Transformasjoner forts.

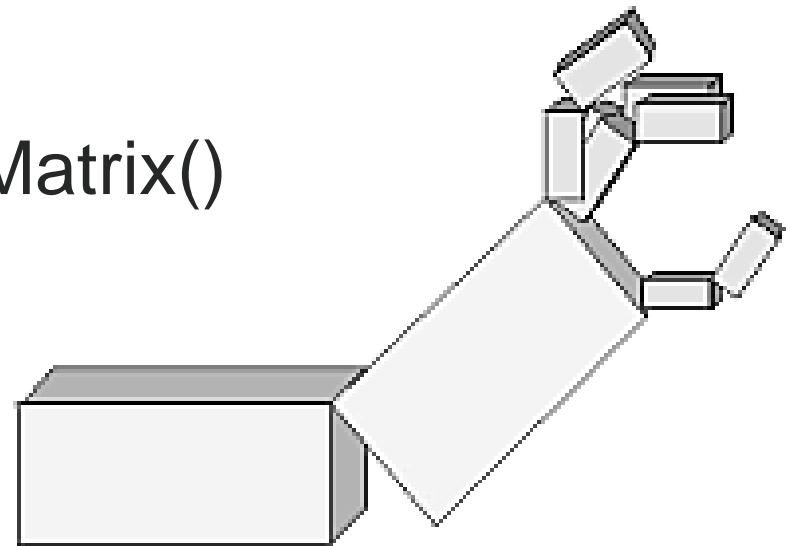


Koordinatsystemer og transformasjoner i OpenGL

PAUSE – 15 MIN

Lab: Robot-arm

- Ta utgangspunkt i lab-kildekoden på ITSL.
- Implementer en "robot-arm" i OpenGL.
 - Lag som vist på figuren: overarm, underarm, og fingre
- Bruk farger for å identifisere de forskjellige leddene
- Bruk `glPushMatrix()/glPopMatrix()`
- Pass på at boksene ikke går inn i hverandre men er hengslet riktig



Matrise-stack

- Bruk OpenGLs matrisestack
- `glPushMatrix();`
 - Skyver alle matrisene i matrise-stacken ned ett nivå. Den øverste matrisen blir kopiert, slik at innholdet blir duplisert i både den øverste og nest øverste matrisen.
- `glPopMatrix();`
 - Fjerner den øverste matrisen fra matrise-stacken slik at innholdet blir slettet. Verdiene i nest øverste matrise blir skrevet til den øverste matrisen i stacken.

Lab: Flere oppgaver

- Spesifiser en rotasjonsmatrise, en translasjonsmatrise, og en skaleringsmatrise og bruk flere `glmMultMatrix(...)` for å utføre transformasjonene.
- Spesifiser en rotasjonsmatrise rundt akse $[1 \ 1 \ 1]$.
- Sjekk at du får samme resultat som med funksjonskallene `glRotate`, `glTranslate` og `glScale`.